Grundwissen der 6. Jahrgangsstufe - Lösungen

A. Weiterentwicklung der Zahlenvorstellung: rationale Zahlen (Bruchzahlen)

1. Rationale Zahlen als Menge

Natürliche Zahlen: $\mathbb{N}$ Ganze Zahlen: $\mathbb{Z}$ Rationale Zahlen: $\mathbb{Q}$

$-\frac{11}{121} \in \mathbb{Q}$;

$\frac{121}{11} \in \mathbb{Q}$; $\frac{121}{11} \in \mathbb{Z}$; $\frac{121}{11} \in \mathbb{N}$;

$0,\overline{783} \in \mathbb{Q}$; $17\% \in \mathbb{Q}$; $-0,\overline{9} \in \mathbb{Q}$;

$200\% \in \mathbb{Q}$; $200\% = 2 \in \mathbb{Z}$; $200\% = 2 \in \mathbb{N}$

$-\frac{0}{25} \in \mathbb{Q}$; $-\frac{0}{25} = 0 \in \mathbb{Z}$ $\frac{25}{0}$ ist nicht definiert

2. Darstellungen der rationalen Zahlen

a) $\frac{7}{20} = 35\%$; $\frac{3}{4} = 75\%$; $\frac{1}{8} = 12{,}5\%$; $\frac{8}{25} = 32\%$; $\frac{22}{40} = 55\%$;

$\frac{42}{120} = 35\%$; $\frac{19}{95} = 20\%$; $\frac{54}{150} = 36\%$; $125\ ‰ = 12{,}5\%$

b) $\frac{12}{4} \Rightarrow \textit{Scheinbruch}$; $2{,}5\overline{34} \Longrightarrow \textit{unendlich periodischer Dezimalbruch}$;

$\frac{1}{3} \Longrightarrow \textit{echter Bruch und Stammbruch}$; $7\frac{2}{5} \Longrightarrow \textit{gemischte Zahl}$;

$9,\overline{9} \Longrightarrow \textit{unendlich periodischer Dezimalbruch}$; $\frac{7}{8} \Longrightarrow \textit{echter Bruch}$;

$3{,}125 \Longrightarrow \textit{endlicher Dezimalbruch}$; $\frac{0}{6} \Longrightarrow \textit{Scheinbruch}$;

$125\ \% \Longrightarrow \textit{Prozentzahl}$; $\frac{3}{7} \Longrightarrow \textit{echter Bruch}$;

$\frac{1}{6} \Longrightarrow \textit{echter Bruch und Stammbruch}$; $\frac{6}{1} \Longrightarrow \textit{Scheinbruch}$

3. Runden von rationalen Zahlen

Zahl	Hundertstel	Auf 3 Dezimalen	3 geltende Ziffern
8,756201	8,76	8,756	8,76
0,09127	0,09	0,091	0,0913
−0,999999	−1,00	-1,000	-1,00
7891,452	7891,45	7891,452	7890
0,009900	0,01	0,010	0,00990

4. Anordnung und Vergleich ohne und mit Zahlengerade

a) $\frac{8}{11} = \frac{88}{121}$; $\frac{3}{7} = \frac{18}{42}$; $\frac{4}{27} = \frac{64}{432}$; $\frac{105}{126} = \frac{5}{6}$; $\frac{732}{793} = \frac{12}{13}$

b) $(-2)^2 = 4$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 0{,}25$; $\frac{1}{-0{,}25} = -4$; $28\ \% = 0{,}28$; $\frac{-1}{4} = -0{,}25$; $-\frac{1}{2} = -0{,}5$;

$-1\frac{1}{2} = -1{,}5\,; \quad -(-2{,}5)^2 = -6{,}25; \quad -(-3) = 3\,; \qquad \frac{2}{10} = 0{,}2\,;$

$-(-2{,}5)^2 < \frac{1}{-0{,}25} < -1\frac{1}{2} < -\frac{1}{2} < \frac{-1}{4} < \frac{2}{10} < \left(-\frac{1}{2}\right)^2 < 28\,\% < -(-3) < (-2)^2$

B. Rechnen mit rationalen Zahlen

a)

$4\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{7} = 1\frac{6}{7} \qquad 4\frac{1}{3} : \frac{3}{7} = 10\frac{1}{9}$ Der Quotient ist größer.

b) Wie oft sind $\frac{3}{8}$ m in 90 dm enthalten?

$9\text{ m} : \frac{3}{8}\,m = 24$

c) Dividiere das Produkt von $\frac{4}{5}$ und der Summe von $1\frac{3}{4}$ und $5\frac{1}{3}$ durch 17.

$\left(\left(\frac{4}{5}\cdot\left(1\frac{3}{4}+5\frac{1}{3}\right)\right):17\right)=\left(\left(\frac{4}{5}\cdot\frac{85}{12}\right):17\right) = \frac{17}{3} : 17 = \frac{1}{3}$

d) $5{,}7 + 3\% + 3\frac{1}{2} + \frac{47}{100} - 6\frac{9}{10} = 5{,}7 + 0{,}03 + 3{,}5 + 0{,}47 - 6{,}9 = 2{,}8$

e) $60 - \left[28\frac{11}{15} - \left(10\frac{9}{20} + 5\frac{2}{12}\right)\right] = 60 - \left[28\frac{11}{15} - 15\frac{37}{60}\right] = 60 - 13\frac{7}{60} = 46\frac{53}{60}.$

C. Prozentrechnung und Dreisatz

a) 60% entsprechen 12 Kindern, 10% entsprechen 2 Kindern,

40% entsprechen 8 Kindern, also sind es 8 Jungen

b) $p\% = \frac{12}{30} = \frac{4}{10} = 40\%$

c) 37,5 % sind 12 Schüler
12,5% sind 4 Schüler
100% sind 8·4=32 Schüler

d) 101,5% sind 406€
1% sind 406€ : 101,5 = 4€
100% sind 400€

e) In einer Stunde fährt er 24 km. In 2 Stunden fährt er 48 km.
In 1h 30 min fährt er 36 km.
Für 96 km braucht er (96: 24) Stunden = 4 Stunden
Für 60 km braucht er (60 : 24) Stunden = 2,5 Stunden = 2h 30 min

D. Absolute und relative Häufigkeit

a) Mit welcher absoluten Häufigkeit wirft Anton eine Primzahl?

50 Würfe, davon 24 mal eine Primzahl (2,3 oder 5).

b) Relative Häufigkeit der geraden Zahlen = $\frac{10+6+12}{50} = 56\%$

Relative Häufigkeit der ungeraden Zahlen = 44%

Die rel. H. der geraden Zahlen ist größer.

E. Flächeninhalt von Dreieck, Parallelogramm und Trapez

1) Ergänze folgende Tabelle für das Dreieck ABC:

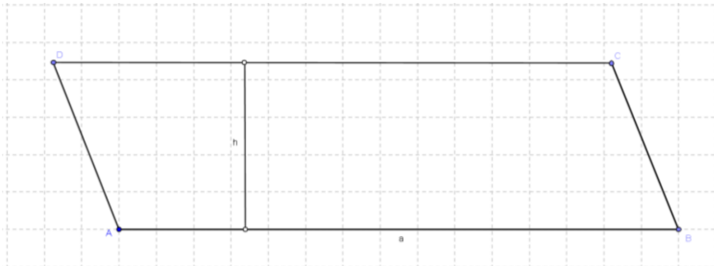
	a	b	c	h_a	h_b	h_c	A	U
a)	30 mm	90 mm	***80mm***	***84mm***	28 mm	***31,5mm***	***1260mm²***	20 cm
b)	***12dm***	1,5 m	9 dm	0,9 m	***7,2dm***	12 dm	***54dm²***	***36dm***
c)	12 m	***20m***	***30m***	14 m	8,4 m	5,6 m	0,84 a	***62m***
d)	***8dm***	4 dm	1 m	***Falsche Angabe:***			~~1,5 m²~~	2,2 m

2) $A = \frac{7cm+3,5cm}{2} \cdot 2,5cm = 13,125\ cm^2$

3) Eine Streuobstwiese hat die Form eines Parallelogramms mit den Maßen *a* = 75 m, *b* = 24 m und α = 112˚. Zeichne die Wiese mit einem geeigneten Maßstab und berechne ihren Flächeninhalt.

Maßstab: 1cm entspricht 10 m

Aus der Zeichnung ergibt sich eine Höhe von 22 m. Daraus ergibt sich die Fläche
$A = 75m \cdot 22m = 1650\ m^2$



F. Rauminhalt und Oberflächeninhalt von Körpern

1. **Größenumrechnung: Rechne in die in Klammern angegebene Maßeinheit um:**
   7834072 dm^3 = 7834,072m³; 45,078 cl = 450,78 ml ;
   9 m^3 17 cm^3 6 mm^3 = 9000,017006 dm³ ;
   9,8601 km^2 = 986,01 ha; 250 m² = 2,5a; 3,56 km = 35600 dm ;
2. **Größenberechnung**
   1) 23,4 dm^3 : 3,6 = 6,5 dm³ ; 35,5 hl : 0,25 l = 3550 l : 0,25 l = 14200;

   2) Ein quaderförmiger Eisenblock mit der Länge 0,8 m, der Breite 1,25 m und einer Höhe von 12 dm wird zu einer Platte von 4,5 m Länge und 1,6 m Breite umgegossen. Wie hoch wird sie?

   Volumen: $V = 0,8\ m \cdot 1,25\ m \cdot 1,2\ m = 1,2\ m^3$

$$1,2\ m^3 : (4,5\ m \cdot 1,6\ m) = 1,2\ m^3 : 7,2\ m^2 = \frac{1}{6}\ m \approx 0,17\ m = 17\ cm$$