Übersicht Grundwissen 8. Klasse

Direkt proportionale Größen

1.
   a) Diese Größen sind direkt proportional, wenn es bei mehreren Äpfeln keinen Preisnachlass (Rabatt) gibt.
   b) Diese beiden Größen sind voneinander unabhängig, also auch nicht proportional.
   c) Diese beiden Größen sind direkt proportional, wenn der Spritverbrauch konstant bleibt, also die Geschwindigkeit und die Fahrbahn gleich bleiben.

2.
   Hier kann keine direkte Proportionalität vorliegen, da der Wert bei 1 nicht 0 sein darf. Direkte Proportionalität würde bedeuten, dass der Graph der zugehörigen Funktion eine Ursprungsgerade ist, es müsste also für $x=0$ gelten, dass $y=0$.

Indirekt proportionale Größen

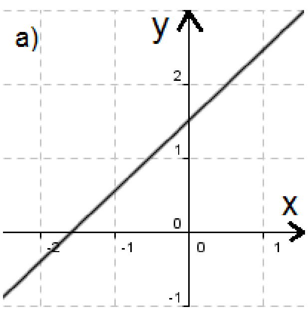
3.
   a) Diese Größen sind indirekt proportional, wenn die Arbeiter alle gleich schnell arbeiten.
   b) Diese Größen sind unabhängig von einander und nicht proportional.
   c) Diese Größen sind indirekt proportional.

4.
   Für die Wertepaare gilt, dass $x \cdot y=5$. Die Wertepaare sind also indirekt proportional.

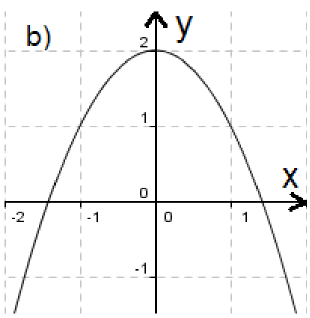
Funktion

5.
   Bei einer Funktion wird einer Größe eine andere zugeordnet. Wichtig dabei ist, dass diese Zuordnung eindeutig ist, dass also jedem Wert der ersten Menge genau ein Wert der zweiten Menge zugeordnet wird. Im Koordinatensystem bedeutet das, dass niemals zwei Punkte übereinander liegen dürfen.

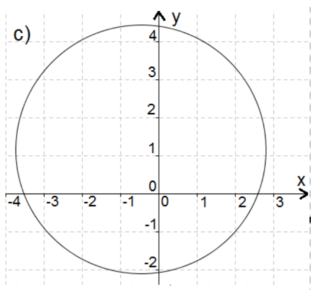
6.



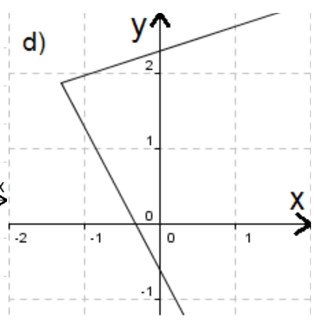
JA



JA



NEIN (siehe 5)



NEIN (siehe 5)

7.
   a) $y=2x-2$

   b) $-0{,}5x+1$

Der Kreisumfang, Die Kreisfläche

8.

$$A_{Gesamt} = A_{grau} - 2 \cdot A_{weiß}$$

$$A_{grau} = r^2 \cdot \pi = (4\text{cm})^2 \cdot \pi = 16\pi\, cm^2$$
$$A_{weiß} = r^2 \cdot \pi = (2\text{cm})^2 \cdot \pi = 4\pi\, cm^2$$

$$A_{Gesamt} = 16\pi\, cm^2 - 2 \cdot 4\pi\, cm^2 = 8\pi\, cm^2$$

$$U_{Gesamt} = U_{grau} + 2 \cdot U_{weiß}$$

$$U_{grau} = 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 4\text{cm} \cdot \pi = 8\pi\, cm$$
$$U_{weiß} = 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 2\text{cm} \cdot \pi = 4\pi\, cm$$

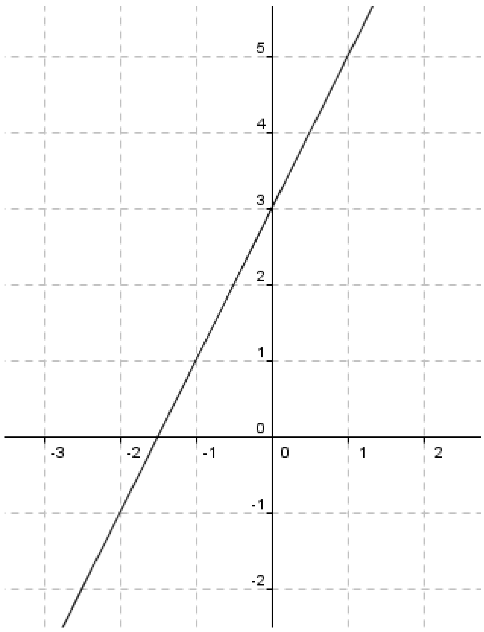
$$U_{Gesamt} = 8\pi\, cm + 2 \cdot 4\pi\, cm = 16\pi\, cm$$

Lineare Funktion

9.

a)

Zeichnung:



Nullstelle:

$2x + 3 = 0$

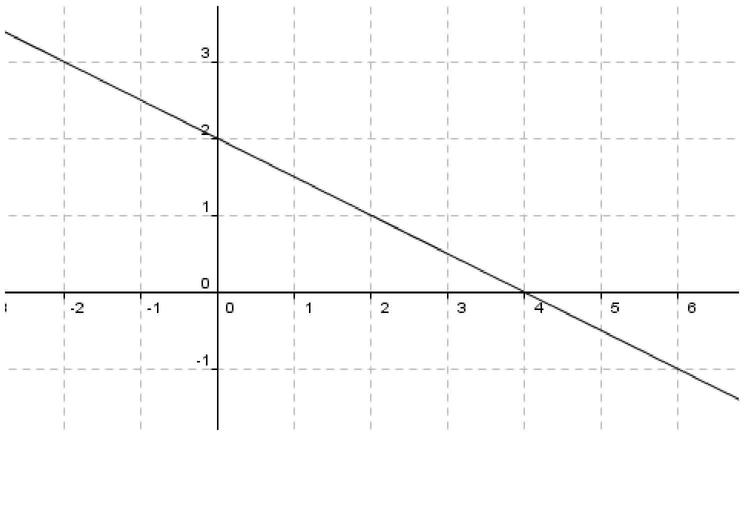
$2x = -3$

$$x = \frac{-3}{2}$$

Nullstelle $N(-1{,}5|0)$

b)

Zeichnung:



Nullstelle:

$2 - 0{,}5\,x = 0$

$2 = 0{,}5\,x$

$x = 4$

Nullstelle $N(4|0)$

10.
Zuerst wird die Steigung berechnet und anschließend einer der beiden Punkte zusammen mit der berechneten Steigung in die allgemeine Geradengleichung eingesetzt.

$$m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-4-(-3)}{1-0}=\frac{-1}{1}=-1$$

$$y=-1\mathrm{x}+t$$
$$-3=-1\cdot 0+t$$
$$t=-3$$

$$\rightarrow y=-1\mathrm{x}-3$$

11.
Mit Hilfe eines Steigungsdreiecks kann die Steigung m bestimmt werden. Der Achsenabschnitt t wird direkt aus der Zeichnung entnommen.

Dann gilt für die Funktionen:

$$f(x)=3\mathrm{x}+2$$
$$g(X)=-\frac{1}{5}x-1$$
$$h(x)=\frac{1}{2}x+2$$
$$i(x)=x$$

Lineare Ungleichungen

12.
Die Ungleichung löst sich grundsätzlich wie eine Gleichung. Nur im letzten Schritt muss das Ungleichheitszeichen getauscht werden, da durch eine negative Zahl dividiert wird.

$$-\frac{1}{3}x+3>\frac{1}{6}x+1 \qquad |\cdot 6$$
$$-2\mathrm{x}+18>x+6 \qquad |-18-x$$
$$-3\mathrm{x}>-12 \qquad |:(-3)$$
$$x<4$$

$$L=\{4\}$$

Lineare Gleichungssysteme

13.

a)

$$I)\ \ 3x+4=-y$$
$$II)\ 2y+10x=-5+x$$

$$I)\ \ y=-3x-4$$

$$I \text{ in } II)\ \ 2\cdot(-3x-4)+10x=-5+x$$
$$-6x-8+10x=-5+x$$
$$4x-8=-5+x$$
$$3x=3$$
$$x=1$$

$$\text{in } I)\ \ y=-3\cdot 1-4=-7$$

$$L=\{(1\mid -7)\}$$

b)

$$I)\ \ 3x+4=-y$$
$$II)\ 2y+6x=2$$

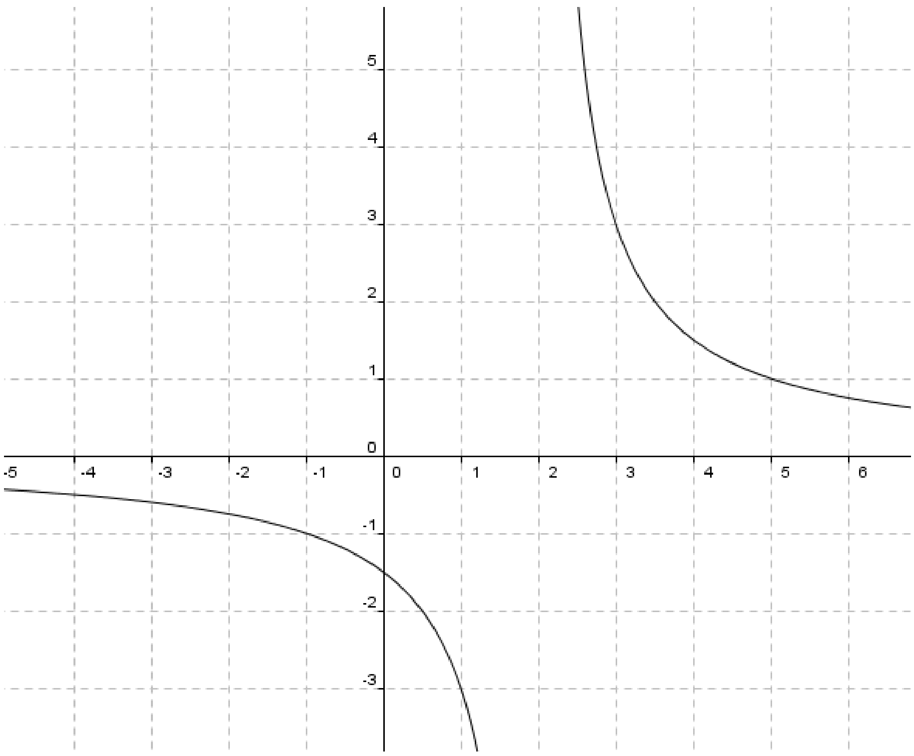
$$II)\ y=1-3x$$

$$II \text{ in } I)\ 3x+4=-(1-3x)$$
$$3x+4=-1+3x$$
$$4=-1$$
$$\textit{unmöglich}\,!!!$$
$$L=\{\}$$

Bruchterme

14.

$$D_f=\mathbb{Q}\setminus\{2\}$$



15.

a)

$$\frac{x}{x-2}-\frac{x}{x+2}-\frac{2}{x-2}=$$

$$\frac{x\cdot(x+2)}{(x-2)(x+2)}-\frac{x\cdot(x-2)}{(x+2)(x-2)}-\frac{2\cdot(x+2)}{(x-2)(x+2)}=$$

$$\frac{x\cdot(x+2)-x\cdot(x-2)-2\cdot(x+2)}{(x-2)(x+2)}=$$

$$\frac{x^2+2\mathrm{x}-x^2+2\mathrm{x}-2\mathrm{x}-4}{(x-2)(x+2)}=$$

$$\frac{2\mathrm{x}-4}{(x-2)(x+2)}=$$

$$\frac{2(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{2}{(x+2)}$$

b)

$$\frac{x^2-9}{2\mathrm{x}+6}\cdot\frac{9-3\mathrm{x}}{(x-3)^2}=$$

$$\frac{(x-3)(x+3)}{2(x+3)}\cdot\frac{3(3-x)}{(x-3)^2}=$$

$$\frac{(x-3)(x+3)}{2(x+3)}\cdot\frac{-3(x-3)}{(x-3)^2}=$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{-3}{1}=-\frac{3}{2}$$

c)

$$\frac{x^2-9}{2\mathrm{x}+6}:\frac{9-3\mathrm{x}}{(x-3)^2}=...=$$

$$\frac{1}{2}:\frac{-3}{1}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot(-3)}=-\frac{1}{6}$$

Bruchgleichungen lösen

16.

a)

$$\frac{2x}{x-1}=\frac{3}{x+1}+2 \qquad D=\mathbb{Q}\setminus\{-1;+1\}$$

$$\frac{2x}{x-1}=\frac{3}{x+1}+2 \qquad |\cdot(x-1)(x+1)$$

$$2x(x+1)=3(x-1)+2(x-1)(x+1)$$

$$2x^2+2x=3x-3+2x^2-2$$

$$2x^2+2x=2x^2+3x-5 \qquad |-2x^2-3x$$

b)

$$\frac{x^2-2x+2}{x-1}+3x=\frac{x}{x-1}+2$$

c)

$$\frac{1}{1-x}+\frac{2x}{x^2-1}=\frac{1}{x+1}$$

Potenzen mit ganzzahligen Exponenten, Rechnen mit Potenzen

17.

a)

$$a^2\cdot a^3+2b^4:b^{-1}=$$
$$=a^{2+3}+2b^{4-(-1)}$$
$$=a^5+2b^5$$

b)

$$((a^2)^2+(2a)^4):\frac{1}{a^{-2}}=$$
$$=(a^{2\cdot 2}+2^4a^4):a^2$$
$$=(a^4+16a^4):a^2$$
$$=(17a^4):a^2$$
$$=17a^2$$

Strahlensätze an der V-Figur

18.

Berechnen der Strecke y:

$$\frac{8}{8+4}=\frac{3}{y}$$

$$8y=12\cdot 3$$

$$y=\frac{36}{8}=\frac{9}{2}=4,5$$

Berechnen der Strecken x und z:

$I)\ \frac{8}{4}=\frac{z}{x}$

$II)\ \frac{3}{4{,}5}=\frac{z}{z+x}$

$I)\ z=2x$

$I)$ in $II)$ $3\cdot(2x+x)=4{,}5\cdot 2x$

$9x=9x$

Das Gleichungssystem liefert eine allgemein gültige Lösung. Also liefert die zweite Gleichung keine andere Information als die erste Gleichung, so dass entweder x oder z frei gewählt werden können. Die jeweils andere Variable ergibt sich dann aus der aufgelösten ersten Gleichung.

Für z gilt, dass $5\leq z\leq 11$ und folglich $2{,}5\leq x\leq 5{,}5$

Strahlensätze an der X-Figur

19.

$\frac{3}{5}=\frac{x}{4}$ $\qquad$ $\frac{3}{2}=\frac{5}{y}$

$5x=12$ $\qquad$ $3y=10$

$x=\frac{12}{5}=2{,}4$ $\qquad$ $y=\frac{10}{3}$

Ähnliche Figuren

20. Ein Baby hat bei der Geburt (Alter 9 Monate) eine Größe von 52cm und eine Masse von 3800g.

a)

$9\,Monate\cdot k=60\,Monate$

$k=\frac{60}{9}=\frac{20}{3}$

$m_{5\text{Jahre}}=m_{9\text{Monate}}\cdot k^3=3800\text{g}\cdot\left(\frac{20}{3}\right)^3\approx 1125925\,g\approx 1126\,kg$

b)

Das Baby wächst in den ersten neun Monaten überdurchschnittlich stark.

Laplace-Experiemente

21. Entscheide, ob es sich bei den Versuchen um ein Laplace-Experiment handelt. Begründe deine Entscheidung.

a)

Ja, da jedes Ereignis gleich wahrscheinlich ist – sofern der Würfel nicht manipuliert wurde.

b)

Ja, da jedes Ereignis gleich wahrscheinlich ist – sofern die Münze nicht manipuliert wurde.

c)

Die Ober- und die Unterfläche sind die größten Flächen. Aus diesem Grund ist es wahrscheinlicher, dass der Stein auf einer dieser beiden Seiten liegen bleibt. Also handelt es sich nicht um ein Laplace-Experiment, da die Einzelwahrscheinlichkeiten nicht gleich sind.

Wahrscheinlichkeit von Ereignissen

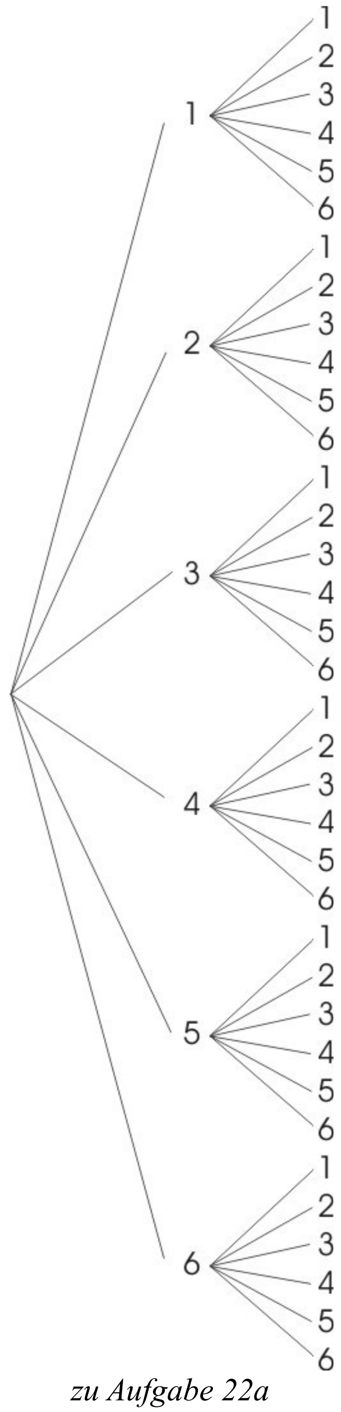
22.

a) Das Baumdiagramm ist rechts abgebildet.

b)

Es gibt 5 Möglichkeiten (2-6, 3-5, 4-4, 5-3, 6-2). Für die Wahrscheinlichkeit gilt dann:

$$P(8)=\frac{5}{36}$$



zu Aufgabe 22a